

Primer Parcial Álgebra I - martes 7 de octubre (TURNO MAÑANA)

TURNOS PRÁCTICO: 3

CARRERA: C. de Datos

1. Sea $\mathcal{F}$ el conjunto de todas las funciones del conjunto $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ en $\{n \in \mathbb{Z} : 0 \leq n \leq 30\}$ es decir,

$$\mathcal{F} = \{f : \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\} \rightarrow \{n \in \mathbb{Z} : 0 \leq n \leq 30\}\}$$

En $\mathcal{F}$ se define una relación $\mathcal{R}$ de la siguiente manera:

$$f \mathcal{R} g \iff f(1) + f(2) \equiv g(1) + g(2) \pmod{3}$$

- a) Determinar si $\mathcal{R}$ es una relación reflexiva, simétrica, transitiva y/o antisimétrica.
 b) Sea f la función tal que $f(n) = n + 4$ para todo $n \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ ¿Cuántas funciones $g \in \mathcal{F}$ inyectivas cumplen que $f \mathcal{R} g$?

2. Probar por inducción que $\sum_{k=1}^n k! \geq \frac{2^n}{n+1}$ para todo $n \in \mathbb{N}$.

3. Probar que para todo $n \in \mathbb{N}$ vale que $36 \mid 19^n - 18n^2 - 1$.

4. Sean a y $b \in \mathbb{Z}$ tales que $(a : b) = 7^2$. Hallar los posibles valores de $(a^2b : 7^4(a^2 + b^2))$. Dar un ejemplo de cada caso posible.

Justifique todas sus respuestas.